

Metoda oceny wydajności sieci komunikacyjnych opartych na optycznym przełączaniu pakietów

Ireneusz Szczęśniak

15 lipca 2009

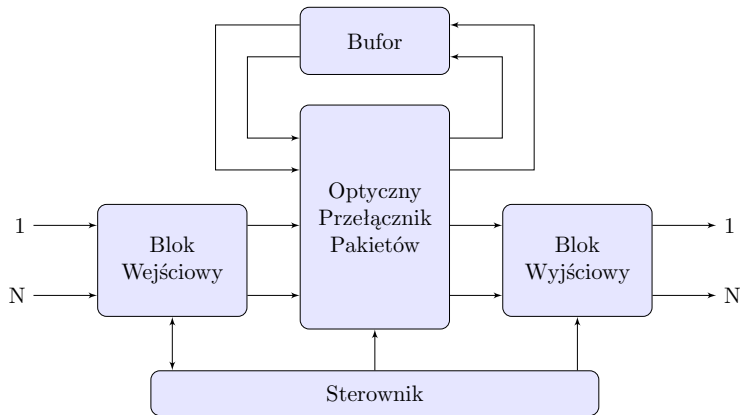
Plan prezentacji

- Wprowadzenie
- Metoda oparta na wielomianach
- Rozwinięcie metody dla węzłów 4×4
- Uogólnienie metody
- Oprogramowanie OPUS
- Podsumowanie

Wprowadzenie

- Optyczne sieci szkieletowe stają się sieciami WDM (ang. Wavelength Division Multiplexing).
- Obecnie przełączanie poniżej długości fali odbywa się elektronicznie.
- Optyczne przełączanie pakietów (OPP) jest obiecującą technologią przyszłych pakietowych sieci szkieletowych.
- Zostało opracowanych wiele rozwiązań OPP.

Optyczne przełączanie pakietów



Ogólny schemat optycznego przełącznika pakietów.

Ocena wydajności OPP

- Jeżeli OPP stanie się praktyczne, to będzie trzeba oszacowywać sieci OPP.
- Możemy oszacować wydajność sieci OPP przy użyciu symulatorów programowych, ale jest to czasochłonne.
- Opublikowane metody oceny wydajności OPP mają restrykcyjne założenia:
 - regularne topologie,
 - małe stopnie węzłów,
 - regularny ruch.
- Rozwiązanie: przybliżona ocena zaproponowanymi metodami analitycznymi.

Teza pracy

Ocenę wydajności sieci optycznego przełączania pakietów można przeprowadzić przy użyciu zaproponowanych w pracy metod opartych na wykorzystaniu wielomianów celem uzyskania dokładnych informacji na temat ścieżek, którymi pakiety są przesyłane.

Definicja problemu

DANE

- Model węzłów
- Model sieci
- Algorytm dostępu do sieci
- Algorytm rutowania
- Obciążenie sieci

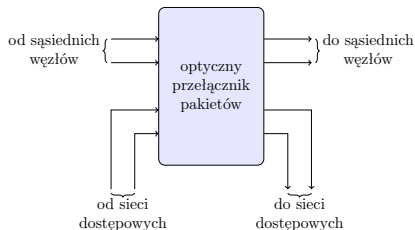
SZUKANE

- Przepustowość żądań
- Rozkłady opóźnień pakietów
- Częstości utraty pakietów
- Obciążenie połączeń

Metoda oparta na wielomianach

Model węzła

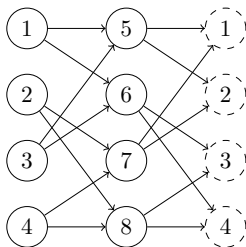
- Węzeł działa synchronicznie.
- Węzeł nie buforuje pakietów.
- Jest typu 2×2 .
- W światłowodach jest jedna długość fali.
- Węzeł pełni funkcję węzła brzegowego i szkieletowego.



Rysunek: Węzeł typu 2×2

Model sieci

- Topologia sieci jest regularna.
- Sieć jest regularnie i maksymalnie obciążona.
- Jest zbudowana tylko z węzłów typu 2×2 .
- Światłowody przenoszą tylko jedną długość fali.
- Pakiet jest usuwany po doznaniu S odbić.



Rysunek: Sieć przetasowana

Notacja wielomianowa

- Prawdopodobieństwa przebywania pakietu w węzle są grupowane w wielomian:

$$p(x) = p_{S-1}x^{S-1} + \dots + p_1x + p_0$$

- Liczba całkowita S - liczba odbić, po której pakiet jest usuwany
- Liczba rzeczywista p_i - prawdopodobieństwo przebywania pakietu pod warunkiem, że pakiet doznał i odbić

Analiza

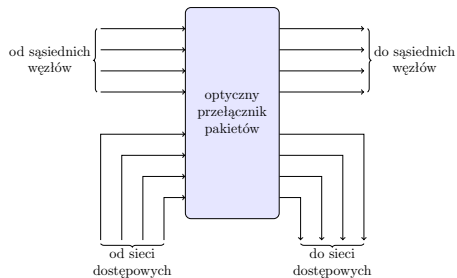
- Analiza dotyczy stanu ustalonego sieci.
- Polega ona na śledzeniu pakietu testowego.
- Możliwe sposoby przesłania pakietu są wyrażone macierzą T .
- Obecność pakietu w węzłach jest wyrażona wektorami P_k :

$$P_k = TP_{k-1}.$$

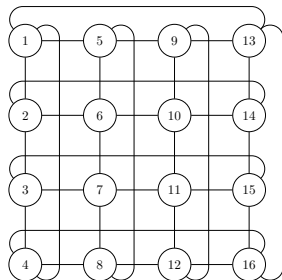
- Metoda jest iteracyjna.

Rozwinięcie dla węzłów 4×4

Model węzła i sieci



Rysunek: Węzeł typu 4×4 .



Rysunek: Przykład sieci.

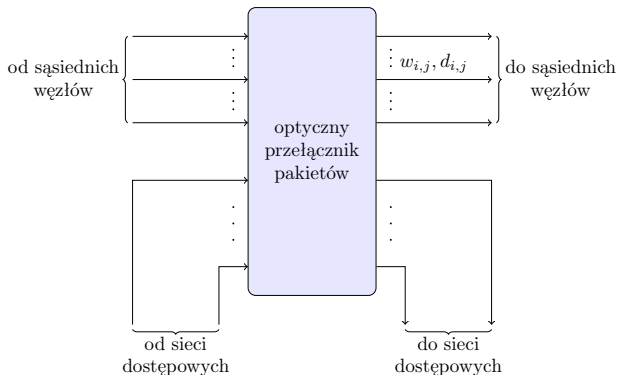
Wyznaczenie prawdopodobieństw odbicia

- Wyliczenie wszystkich możliwych przypadków nadejścia pakietów.
- Wyznaczenie prawdopodobieństw odbicia dla każdego przypadku.
- Uśrednienie prawdopodobieństw odbicia.
- Nie udało mi się znaleźć rozwiązania przy użyciu programowania dynamicznego i dlatego metodę można stosować dla małych węzłów typu 4×4 .

Uogólnienie metody

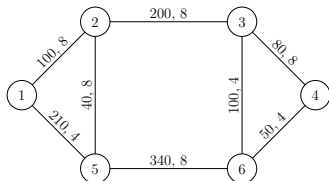
Model węzła

- Posiada dowolną liczbę wejść, wyjść i długości fal.
- Posiada pełną zdolność konwersji długości fal.
- Może, ale nie musi, przysyłać pakiety z odbiciami.
- Nie posiada buforów optycznych.



Model sieci

- Sieć jest dowolnej topologii i działa **synchronicznie**.
- Obciążenie jest dane macierzą ruchu $\mathbf{B} = (\beta_{i,j})$.
- Poissonowski model ruchu.
- Światłowod (i, j) ma długość $\mathbf{D} = (d_{i,j})$ i $\mathbf{W} = (w_{i,j})$ długości fal.
- Pakiet przebywa najwyżej δ kilometrów w najwyżej η skokach.



Przykładowa sieć.

węzeł źródłowy	węzeł docelowy					
	1	2	3	4	5	6
1	0	0.3	0.5	1.3	2.1	0.7
2	0.2	0	0.5	0.9	2.1	1.2
3	0.2	1.3	0	0.9	1.1	0.7
4	0.2	0.3	1.3	0	1.1	0.7
5	0.2	1.3	0.5	0.9	0	1.5
6	1.2	0.3	0.5	2.5	0.1	0

Średnia częstość pakietów na takt zegara.

Użycie wielomianów

- Modelują ograniczenie na długość drogi, a nie liczbę odbić.
- Grupują częstości pakietów w zależności od długości drogi.
- Średnia częstość pakietów, które przebyły odległość d wynosi λ_d .
- Maksymalna odległość, jaką może przebyć pakiet wynosi δ .
- Wielomian średnich częstości pakietów wynosi:

$$p(x) = \sum_{d=0}^{\delta} \lambda_d x^d$$

- Przykład: pakiety osiągnąją węzeł docelowy po przebyciu 100km ze średnią częstością 0.8, i po 150km z częstością 1.15. Te informacje możemy zapisać następującym wielomianem:

$$1.15x^{150} + 0.8x^{100}$$

Wyznaczanie układów pakietów

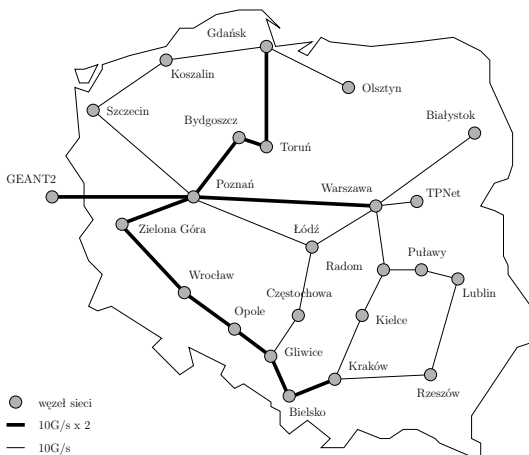
- 1 Kolejka układów pakietów posortowana jest malejąco według prawdopodobieństw układów.
- 2 Wstaw pierwszą kombinację pakietów $Y_1 = (1, \dots, 1)$.
- 3 Pobierz układ $Y_e = (\gamma_{e,1}, \gamma_{e,2}, \dots, \gamma_{e,R})$ z początku kolejki.
- 4 Zakończ, jeżeli pobrano ostatni układ.
- 5 Wstaw do kolejki $(\gamma_{e,1} + 1, \gamma_{e,2}, \dots, \gamma_{e,R})$,
 $(\gamma_{e,1}, \gamma_{e,2} + 1, \dots, \gamma_{e,R})$, itd.
- 6 Idź do kroku 3.

e	X_e	Y_e	kolejka wektorów Y	$P(X_e)$
1	(3, 10)	(1, 1)	(1, 1)	0.02675
2	(3, 11)	(1, 2)	(1, 2), (2, 1)	0.02675
3	(2, 10)	(2, 1)	(2, 1), (2, 2), (1, 3)	0.02675
4	(2, 11)	(2, 2)	(2, 2), (1, 3), (3, 1)	0.02675
5	(3, 12)	(1, 3)	(1, 3), (2, 3), (3, 1), (3, 2)	0.02452
6	(2, 12)	(2, 3)	(2, 3), (1, 4), (3, 1), (3, 2)	0.02452
7	(3, 9)	(1, 4)	(1, 4), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 3)	0.02431

Kolejka układów pakietów dla $\Lambda = (3, 10)$.

Przykład: topologia

- Analiza
- Symulacja
- PIONIER
- $\delta = 1500$
- $\eta = 20$



Przykład: macierz obciążenia

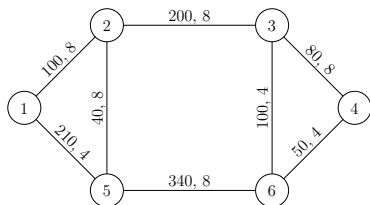
Węzeł PIONIER	Prędkości w Mb/s			
	Do TPNET	Od TPNET	Do GEANT2	Od GEANT2
Białystok	1114.0	159.1	8.8	30.4
Bydgoszcz	443.2	369.0	5.2	49.6
Częstochowa	77.7	46.9	6.7	30.7
Gdańsk	365.3	0.0	110.7	96.8
Gliwice	9.2	0.0	72.1	41.7
Kielce	75.2	30.3	3.3	4.3
Koszalin	161.7	34.9	43.4	9.6
Kraków	331.0	105.4	31.0	53.3
Łódź	0.0	0.0	15.6	119.7
Lublin	582.8	112.0	18.9	30.2
Olsztyn	67.9	41.2	0.0	0.0
Opole	424.4	46.9	0.2	2.6
Poznań	328.8	113.6	19.9	62.7
Puławy	3.8	0.0	0.0	0.0
Radom	45.8	30.5	0.0	4.3
Rzeszów	62.6	21.8	7.4	3.3
Szczecin	2412.8	1053.1	12.8	37.3
Toruń	250.3	86.7	6.7	10.2
Warszawa	0.0	0.0	0.1	0.1
Wrocław	974.5	280.5	73.6	120.5
Zielona Góra	55.5	37.9	6.7	0.0

Przykład: wyniki

Światłowód	Analiza	Symulacja	Światłowód	Analiza	Symulacja
(Białystok, Warszawa)	7.75%	11.62%	(Warszawa, Białystok)	2.58%	2.88%
(Bielsko, Gliwice)	0.97%	0.95%	(Gliwice, Bielsko)	1.06%	1.15%
(Bielsko, Kraków)	0.31%	0.43%	(Kraków, Bielsko)	0.21%	0.23%
(Bydgoszcz, Poznan)	6.04%	6.26%	(Poznan, Bydgoszcz)	1.97%	2.96%
(Bydgoszcz, Torun)	0.82%	1.10%	(Torun, Bydgoszcz)	3.86%	4.04%
(Czestochowa, Gliwice)	4.42%	4.31%	(Gliwice, Czestochowa)	17.46%	16.53%
(Czestochowa, Lodz)	18.65%	18.41%	(Lodz, Czestochowa)	5.73%	6.10%
(Gdansk, Koszalin)	0.00%	0.00%	(Koszalin, Gdansk)	0.08%	0.09%
(Gdansk, Olsztyn)	0.21%	0.35%	(Olsztyn, Gdansk)	0.42%	0.67%
(Gdansk, Torun)	2.59%	2.76%	(Torun, Gdansk)	0.52%	0.66%
(Gliwice, Opole)	0.93%	1.37%	(Opole, Gliwice)	7.32%	7.48%
(Kielce, Krakow)	0.54%	0.72%	(Krakow, Kielce)	3.31%	3.29%
(Koszalin, Szczecin)	4.15%	5.50%	(Szczecin, Koszalin)	2.74%	3.94%
(Krakow, Rzeszow)	0.05%	0.08%	(Rzeszow, Krakow)	0.07%	0.09%
(Lodz, Poznan)	1.38%	1.27%	(Poznan, Lodz)	2.77%	2.82%
(Lodz, Warszawa)	21.21%	23.59%	(Warszawa, Lodz)	8.98%	11.41%
(Lublin, Pulawy)	6.30%	7.16%	(Pulawy, Lublin)	1.54%	1.94%
(Lublin, Rzeszow)	0.28%	0.40%	(Rzeszow, Lublin)	0.72%	0.86%
(Opole, Wroclaw)	0.84%	1.20%	(Wroclaw, Opole)	4.80%	4.90%
(Poznan, Szczecin)	6.42%	10.05%	(Szczecin, Poznan)	21.45%	25.85%
(Poznan, Warszawa)	17.89%	20.45%	(Warszawa, Poznan)	5.08%	7.95%
(Poznan, Zielona)	0.75%	0.90%	(Zielona, Poznan)	0.78%	0.74%
(Poznan, GEANT2)	2.22%	2.24%	(GEANT2, Poznan)	3.17%	3.56%
(Pulawy, Radom)	11.20%	11.90%	(Radom, Pulawy)	6.78%	7.07%
(Radom, Warszawa)	31.02%	39.92%	(Warszawa, Radom)	25.12%	33.29%
(Warszawa, TPNet)	60.28%	71.54%	(TPNet, Warszawa)	14.00%	22.61%
(Wroclaw, Zielona)	0.47%	0.44%	(Zielona, Wroclaw)	0.64%	0.74%

Oprogramowanie OPUS

- Autorskie oprogramowanie
- Implementuje metodę analityczną
- Implementuje symulator programowy
- Wykorzystuje biblioteki BOOST i GSL
- Zaopatrzone w testy jednostkowe
- Dostępne pod adresem: www.irkos.org/opus



Graph

```
{  
  a; b; c; d; e; f;  
  
  a -- b [distance = "100", lambdas = "8"]  
  b -- c [distance = "200", lambdas = "8"]  
  c -- d [distance = "80", lambdas = "8"]  
  b -- e [distance = "40", lambdas = "8"]  
  c -- f [distance = "100", lambdas = "4"]  
  a -- e [distance = "210", lambdas = "4"]  
  e -- f [distance = "340", lambdas = "8"]  
  d -- f [distance = "50", lambdas = "4"]  
}
```


Podsumowanie

- Zostały zaprezentowane trzy metody oceny wydajności sieci OPP.
- Wyniki metod zostały potwierdzone badaniami symulacyjnymi.
- Metoda uogólniona może mieć zastosowanie praktyczne.
- W dalszych badaniach można rozpatryć inne modele ruchu.

Dziękuję za uwagę!

Uwaga 1

Co oznacza, że prawdopodobieństwo „*jest proporcjonalnie większe do liczby*” ze strony 38?

Odpowiedź

Zdanie zawiera błąd. Zdanie powinno brzmieć:

*Prawdopodobieństwo wystąpienia danej kombinacji klas pakietów **rośnie proporcjonalnie do liczby** możliwych permutacji z powtórzeniami, która wynosi $k! / \sum_{i=1}^4 k_i!$.*

Uwaga 2

Na stronie 49 napisano, że „liczby pakietów mają rozkład prawdopodobieństwa Poissona”. O jaką właściwie zmienną losową tu chodzi?

Odpowiedź

Zmienną losową jest liczba pakietów w takcie zegara. Na przykład, może to być liczba pakietów dopuszczonych do sieci szkieletowej w pewnym węźle w takcie zegara.

Uwaga 3

Opis metodologii badań symulacyjnych przeprowadzonych przez doktoranta jest bardzo pobieżny. Nie skomentowano, na przykład, sposobu osiągnięcia stanu ustalonego przy uruchamianiu eksperymentów symulacyjnych, a także nie podano jak eliminowano wpływ okresu początkowego na otrzymane wyniki.

Odpowiedź

Eksperymenty symulacyjne były uruchamiane dla różnych liczb taktów zegara sieci, począwszy od stu tysięcy do stu milionów taktów. Dla tych eksperymentów wyniki były zbieżne do pewnych wartości.

Wyniki eksperymentów były rejestrowane po pewnej początkowej liczbie taktów zegara, równej tysiąc albo dziesięć tysięcy. Ponieważ liczba wszystkich taktów zegara była znacznie większa od początkowej liczby taktów, po której były rejestrowane wyniki, stąd wpływ początkowych taktów zegara na wyniki końcowe był bardzo mały.

Uwaga 4

W rozdziałach 2 i 3 nie podano ocen błędów symulacji. Osłabia to w sposób zasadniczy wiarygodność przedstawionych wyników.

Odpowiedź

Ocena błędów symulacji została opracowana jedynie dla metody uogólnionej z rozdziału 4, gdzie średni błąd względny był mniejszy od 0.01%. Badania symulacyjne w rozdziałach 2 i 3 były równie starannie przeprowadzone, więc można przypuszczać, że ich błędy także były małe.

Uwaga 5

Jakkolwiek doktorant powołuje się na wspomnianą wyżej pracę Karagiannisa i innych przy wyborze poissonowskiego modelu ruchu, nie komentuje jednak faktu, że wspomniana praca dotyczy zagregowanego ruchu w sieciach szkieletowych, a nie ruchu pochodzącego z sieci dostępowych. W tym ostatnim przypadku mamy raczej do czynienia z ruchem o charakterze samopodobnym.

Odpowiedź

Ruch pojedynczych klientów sieci dostępowych ma charakter samopodobny, jednak już w węźle brzegowym ruch z sieci dostępowej jest agregowany do pakietów optycznych, co zmniejsza jego charakter samopodobny. Węzeł brzegowy może także sterować ruchem, aby jak najbardziej zmniejszyć charakter samopodobny ruchu.

Do pracy Karagiannisa i innych odwołaliśmy się, ponieważ rozkładem Poissona modelujemy, między innymi, zagregowany ruch w sieci szkieletowej.

- F. Xue and S. Ben Yoo, "Self-similar traffic shaping at the edge router in optical packet-switched networks," in Proceedings of ICC 2002, vol. 4, April 2002, pp. 2449–2453.
- S. Yao, F. Xue, B. Mukherjee, S. Yoo, and S. Dixit, "Electrical ingress buffering and traffic aggregation for optical packet switching and their effect on TCP-level performance in optical mesh networks," IEEE Communications Magazine, vol. 40, no. 9, pp. 66–72, September 2002.
- Z. Lu, D. K. Hunter, and I. D. Henning, "Contention reduction in core optical packet switches through electronic traffic smoothing and scheduling at the network edge," Journal of Lightwave Technology, vol. 24, no. 12, pp. 4828–4837, December 2006.
- V. Sivaraman, H. Elgindy, D. Moreland, and D. Ostry, "Packet pacing in short buffer optical packet switched networks," in Proceedings of INFOCOM 2006, pp. 1–11, April 2006.
- D. Zhang, M. Zhang, and P. Ye, "Traffic shaping at the edge node in synchronous optical packet-switched networks," Photonic Network Communications, vol. 13, no. 1, pp. 103–110, January 2007.

Uwaga 1

Autor nie definiuje jaka liczba skoków (odbić pakietów) jest możliwa z punktu widzenia technicznego (odbicie wiąże się z tłumieniem sygnału).

Odpowiedź

Możliwa liczba skoków zależy od użytej technologii i od architektury przełączników. Na przykład, dla przełączników projektu KEOPS wynosi ona siedemdziesiąt.

Uwaga 2

Autor nie wyjaśnia czy jego metoda wielomianowa może być stosowana przy projektowaniu nowych sieci, czy nadaje się tylko do analizowania sieci już zrealizowanych.

Odpowiedź

Metoda służy przede wszystkim do oceny wydajności sieci o znanej topologii i liczbie długości fal. W przypadku projektowania nowych sieci metoda pozwala na ocenę wydajności różnych wariantów sieci i pomaga w wyborze najlepszego z nich.

Uwaga 3

Omawiając prawdopodobieństwo doręczania i utraty pakietów (rozdział 2.3.2) Autor nie wyjaśnia jak generowany jest pakiet testowy i dlaczego śledzimy tylko jego ruch do węzła pierwszego.

Odpowiedź

Pakiet testowy jest losowo wybranym pakietem, który został dopuszczony do sieci szkieletowej. Pakiety są generowane w każdym z węzłów w takiej liczbie, że zapewnione jest maksymalne obciążenie sieci, co jest założeniem metody z rozdziału drugiego.

Ruch pakietu testowego jest śledzony do węzła pierwszego, ponieważ sieć jest regularna i równomiernie obciążona. Ponieważ sieć jest regularna, stąd pakiety są przesyłane do dowolnego węzła w podobny sposób, a dla prostoty został wybrany pierwszy węzeł. Ponieważ sieć jest równomiernie obciążona, stąd ruch w każdym z węzłów jest podobny.

Uwaga 4

W punkcie 2.4 Autor symuluje sieci przy użyciu pakietu OMNet++. Przedstawia wyniki symulacji (rys. 2.4, 2.6 i 2.7). Niezrozumiałe jest dlaczego prawdopodobieństwo dostarczenia pakietu wzrasta z liczbą dozwolonych odbić.

Odpowiedź

Pakiet jest usuwany z sieci kiedy jego liczba odbić osiągnęła dozwoloną wartość S . Tak więc im większa wartość S , tym pakiet może dłużej przebywać w sieci, i tym większe prawdopodobieństwo jego dostarczenia do węzła przeznaczenia.

Uwaga 5

Rozdział 4.3 zatytułowany jest „Analiza”. Nie można jednak zrozumieć tego rozdziału, gdyż definiowana jest tylko tabela 4.1 „Macierz ruchu” i „Topologia sieci” rys. 4.3.

Odpowiedź

Istotnie, rysunek 4.3 i tabela 4.1 są na początku rozdziału 4.3, ale po nich następują podrozdziały 4.3.1, 4.3.2, 4.3.3, 4.3.4 i 4.3.5. Chociaż wprowadzenie do rozdziału 4.3 jest krótkie, to jego podrozdziały są pomyślane jako szczegółowe omówienie poszczególnych zagadnień.

Uwaga 6

Autor na rys. 4.4 przedstawia zależności uzyskane metodą analityczną i symulacyjną. Niezrozumiałe jest, co znaczy liczba pakietów w tranzycie i dlaczego prawdopodobieństwa tego stanu są poniżej 0,1.

Odpowiedź

Pakiet w tranzycie w węźle i przechodzi jedynie przez ten węzeł. Węzeł i nie jest ani węzłem źródłowym, ani docelowym pakietu.

Rysunek 4.4 przedstawia rozkład prawdopodobieństwa liczby pakietów w tranzycie w węźle 2. Ponieważ liczba możliwych pakietów w tranzycie jest z przedziału od 0 do około 30, stąd prawdopodobieństwa poszczególnych wartości zmiennej losowej są mniejsze od 0,11.

Uwaga 7

Bardzo istotne jest, że w pkt. 4.4 Autor nawiązuje do Polskiej Akademickiej Sieci PIONIER. Autor ten rozdział pracy oparł na macierzy ruchu (tablica 4.8). Nie wyjaśnił jednak jak ustalone są parametry tej macierzy. Co znaczy, że prezentowana metoda jest raczej dokładna i że można ją stosować do rzeczywistej sieci? Niejasne jest, po co Autor pobierał z Internetu informacje zamieszczoną na rys. B2 i B24.

Odpowiedź

Macierz ruchu została opracowana na podstawie danych o chwilowym obciążeniu sieci uzyskanych ze strony internetowej operatora sieci. Szczegóły dotyczące macierzy ruchu i topologii opisano w Dodatku B.

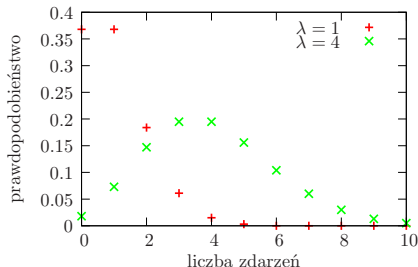
Do badań symulacyjnych i analitycznych wykorzystano dane dotyczące sieci PIONIER, aby możliwie dobrze oddać warunki, w których optyczne przełączanie pakietów może zostać wykorzystane w przyszłości.

Rozkład Poissona

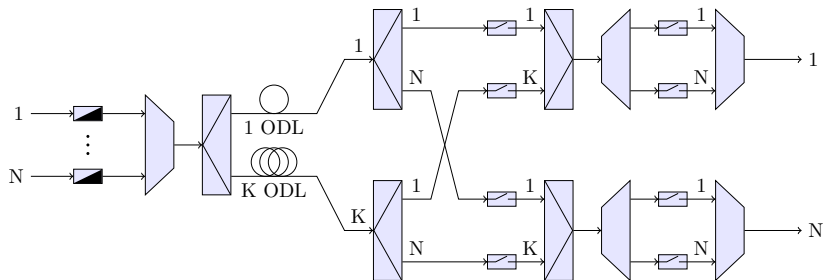
Prawdopodobieństwo l zdarzeń dla średniej częstości λ wynosi:

$$f(l, \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^l}{l!}$$

- Jest rozkładem dyskretnym.
- Wystarczający dla przybliżonej oceny wydajności.
- Suma rozkładów Poissona jest także rozkładem Poissona.
- Prosty i dobrze znany.

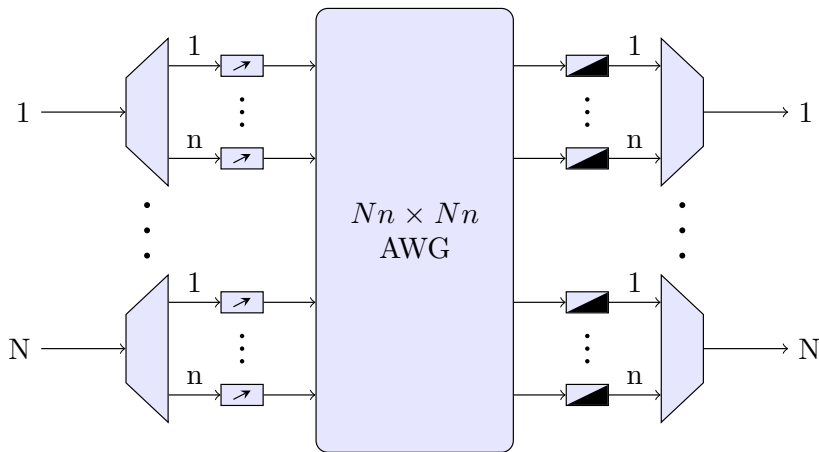


Rozgłaszanie i wybieranie



Schemat przełącznika „rozgłaszanie i wybieranie”.

Przełącznik AWG



Przykładowy optyczny przełącznik pakietów oparty na AWG.

Przykładowy przełącznik



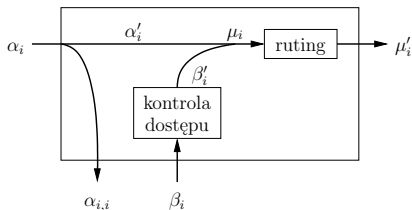
Przykładowy optyczny przełącznik pakietów 2×2 firmy Yokogawa (użyto za pozwoleniem firmy Yokogawa).

Analiza

- Metoda pozwala na analizę stanu ustalonego.
- Przyjmujemy, że ruch pakietów jest zgodny z rozkładem Poissona.
- Części składowe analizy:
 - wielomiany,
 - wyznaczanie układów pakietów,
 - analiza dostępu do sieci,
 - analiza rutingu pakietów,
 - analiza podróży pakietów.

Częstości pakietów w węźle

- Od sąsiadów: $\alpha_i = \sum_{n=1}^N \alpha_{i,n}$
- W tranzycie: $\alpha'_i = \sum_{n=1, n \neq i}^N \alpha'_{i,n}$
- Żąda dostępu: $\beta_i = \sum_{n=1}^N \beta_{i,n}$
- Dopuszczono do sieci: $\beta'_i = \sum_{n=1}^N \beta'_{i,n}$
- Do przesłania: $\mu_i = \sum_{n=1}^N \mu_{i,n} = \alpha'_i + \beta'_i$
- Po przesłaniu: $\mu'_i = \sum_{n=1}^N \mu'_{i,n}$



Układ pakietów

- Jest danych R grup pakietów.
- Częstości pakietów wynoszą $\Lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_r, \dots, \lambda_R)$.
- Układ pakietów dany wektorem $X = (x_1, \dots, x_r, \dots, x_R)$.
- Prawdopodobieństwo układu X wynosi:

$$P(X, \Lambda) = \prod_{r=1}^R f(x_r, \lambda_r)$$

- Funkcja $\Gamma(\gamma, \lambda)$ wyznacza γ -najbardziej prawdopodobną liczbę zdarzeń rozkładu Poissona o częstości λ .
- Układ pakietów dany jest inaczej wektorem $Y = (\gamma_1, \dots, \gamma_r, \dots, \gamma_R)$.

Sterowanie dostępem

Algorytm sterowania dostępem dopuszcza do sieci tyle pakietów, ile zostało wolnych długości fal na wyjściowych światłowodach węzła w danym takcie zegara.

DANE:

- Częstość $\beta_{i,j}$ pakietów żądających dopuszczenia do sieci
- Liczba długości fal w_i na wyjściach węzła, $w_i = \sum_{j=1}^N w_{i,j}$
- Częstość α'_i pakietów w tranzycie
- Parametr dokładności obliczeń ξ

SZUKANE:

- Częstość $\beta'_{i,j}$ pakietów dopuszczonych do sieci

Analiza sterowania dostępem

Częstość dopuszczonych pakietów wynosi:

$$\beta'_{i,n} = \rho_i \beta_{i,n}$$

gdzie:

$$\rho_i = \frac{\sum_{e=1}^{\Xi(\Lambda_{adm,i})} P(X_{adm,i,e}, \Lambda_{adm,i}) b'_{i,e}}{\sum_{e=1}^{\Xi(\Lambda_{adm,i})} P(X_{adm,i,e}, \Lambda_{adm,i}) b_{i,e}}$$

$$X_{adm,i,e} = (a_{i,e}, b_{i,e}), \Lambda_{adm,i} = (\alpha'_i, \beta_i)$$

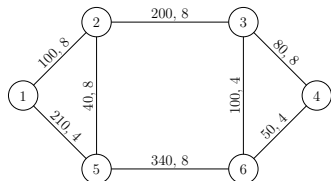
$$\Xi(\Lambda_{adm,i}) = \max\{e \in \mathbb{N} \mid \frac{P(X_{adm,i,e}, \Lambda_{adm,i})}{P(X_{adm,i,1}, \Lambda_{adm,i})} > \xi\}$$

Analiza sterowania dostępem: przykład

- Koncentrujemy się na węźle 2, gdzie $w_2 = 24$ i $\alpha' = 14.7$.
- Parametry wynoszą $\eta = 5$, $\delta = 1000$ i $\xi = 10^{-2}$.

węzeł docelowy	żądanie β_i	dopuszczono β'_i	
		analiza	symulacja
1	0.2	0.185	0.190
3	0.5	0.463	0.471
4	0.9	0.834	0.849
5	2.1	1.946	1.980
6	1.2	1.112	1.124

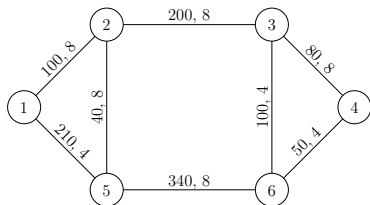
Częstości pakietów.



Przykładowa sieć.

Ciąg wizyt

- Opisuje podróż pakietów jednego połączenia przez opis odwiedzonych węzłów.
- Ciąg przyporządkowań wielomianów do węzłów.
- Wielomian określa częstości z jakimi pakiety odwiedzają węzeł.



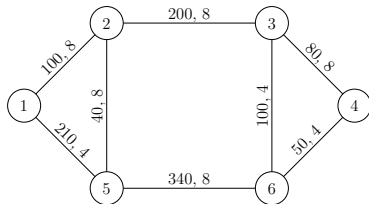
Przykładowa sieć.

Numer wizyty	Węzeł	Wielomian
1	5	0.2
2	1	$0.01013x^{210}$
	2	$0.18987x^{40}$
3	1	$0.18987x^{140}$

Ciąg wizyt dla połączenia (5, 1).

Ciąg przejść

- Opisuje podróż pakietów jednego połączenia przez opis użytych światłowodów.
- Ciąg przyporządkowań wielomianów do światłowodów.
- Wielomian określa częstotliwości z jakimi pakiety używają światłowody.



Przykładowa sieć.

Numer skoku	Światłowód	Wielomian
1	(5, 1)	$0.01013x^{210}$
	(5, 2)	$0.18987x^{40}$
2	(2, 1)	$0.18987x^{140}$

Ciąg przejść dla połączenia (5, 1).

Przejścia pakietów

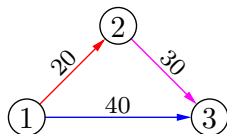
Wektor P_k przechowuje wielomiany częstości przebywania pakietów w każdym węźle sieci po wykonaniu k przejść. Macierz przejść T opisuje, jak pakiety mogą przechodzić między węzłami sieci.

Poniższy przykład ilustruje przejścia pakietów z węzła 1 do węzła 3.

$$P_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$P_1 = TP_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ p_{2,1}x^{20} \\ p_{3,1}x^{40} \end{pmatrix}$$

$$P_2 = TP_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p_{2,1}x^{20} + p_{3,2}x^{30} \end{pmatrix}$$



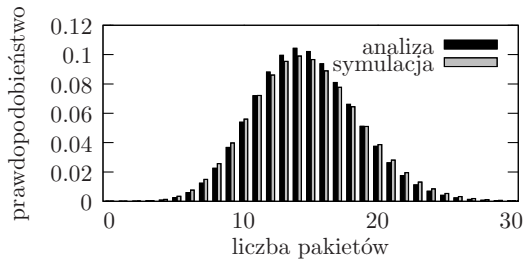
$$T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ p_{2,1}x^{20} & 0 & 0 \\ p_{3,1}x^{40} & p_{3,2}x^{30} & 0 \end{pmatrix}$$

Połączenie analizy węzłów i przejść

Analizę węzłów i przejść pakietów łączymy przez wprowadzenie następujących macierzy:

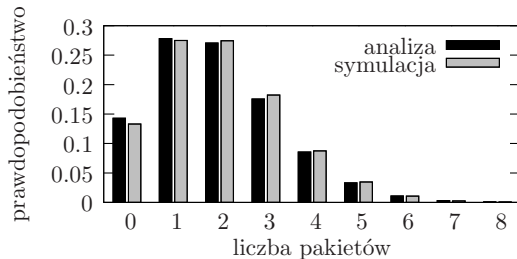
- **macierz częstości** $\alpha_{i,n}$ - wyraża częstości pakietów, które nadchodzą do węzłów i z sąsiednich węzłów;
- **macierz częstości** $\mu_{i,n}$ - wyraża częstości pakietów, które żądają być wysłane z węzła.

Pakiety w tranzycie



Rozkłady prawdopodobieństwa liczby pakietów w tranzycie.

Pakiety dopuszczone



Rozkłady prawdopodobieństwa liczby dopuszczonych pakietów podróżujących do węzła 5.